

Markus Hähkiöniemi, Pasi Nieminen, Jouni Viiri sekä toteutukseen osallistuneet opettajat

Kulmanpuolittaja harpilla ja viivaimella (lukion matematiikka) – esimerkkejä dialogista

Harjoitus toteutettiin lukion pitkän matematiikan kurssilla MAA3 Geometria. Seuraavassa esitetään esimerkki keskustelusta ryhmätyön ja loppukesustelun aikana.

Ryhmätyö

Opiskelijoiden työskennellessä ryhmittäin, opettaja huomasi, että eräs ryhmä oli yrittänyt soveltaa keskinormaalien piirtämisen menetelmää. Opettaja kyseli menetelmästä enemmän ja sai selville, että opiskelijoiden lähtökohta oli puutteellinen. Opiskelijat olivat huomaamattaan arvioineet silmämääräisesti janan, jolle lähtivät piirtämään keskinormaalialia. Opettaja ohjasi opiskelijat huomaan puutteen janan piirtämisessä ja miettimään mihin janan voisi piirtää.

	Puhuja	Keskustelu
1	Opettaja	No niin. Se on teidän mielestä nyt... Mites te perustelette että se on... Missäs teillä on nyt se kulma?
2	Opiskelija	Se on tää tässä näin.
3	Opettaja	Okei. Siinä on se kulma. Ja se puolittaja on sitten?
4	Opiskelija2	Tämä.
5	Opettaja	Tämä. Okei. Mites te ootte nyt varmoja, että se ei nyt vaan näytä siltä, että se olis kulmanpuolittaja? Että se oikeasti on?
6	Opiskelija	No kun me sovellettiin tota janan keskinormaalitekniikkaa.
7	Opettaja	Joo. Milläs tavalla te ootte sitä soveltanu?
8	Opiskelija	Oota mä kokeilen mieltä miten tän pystyy selittämään. Tehtiin harpilla eka sellanen hieno ympyrä tohon noi.
9	Opettaja	Joo.
10	Opiskelija	Keskipisteenä on tuo kulman kärki. Ja sen läpi jana.
11	Opettaja	Jostakin kohdasta vaan, niinkö? Miten te asetitte tän kärjen kautta kulkevan janan, että se on näin eikä se oo vaikka näin?
12	Opiskelija	Koska se on aina halkaisija jos se kulkee ympyrän keskipisteen kautta.
13	Opettaja	Joo joo, mutta jos sä piirtäisit sen vaikka näin? Entäs sitten? Onhan se siltikin halkaisija.
14	Opiskelija	Aivan. Ehkä mä en oo niin fiksu mitä mä luulen.
15	Opiskelija2	Se pitäis olla kohtisuora.
16	Opiskelija	Se pitäis olla 90 astetta se...
17	Opettaja	Nii mitä vasten?
18	Opiskelija	Tätä niinku tätä vasten.
19	Opettaja	Niin sitä kulmanpuolittajaa. Mut sitä kulmanpuolittajaahan te just siinä teette, eikö

niin? Sitähän teillä ei siinä vielä oo.

20 Opiskelija Se vaan näytti sellaselta...

21 Opettaja Joo, siis se teidän tekniikka voi kyllä ihan toimia, mut nyt se ei toimi ihan tolla tavalla. Te ootte piirtäny tämän janan nyt väärään paikkaan. Miettikääs mihis muualle, mihis kohtaan me voitais tää jana piirtää, että me saatas sieltä se kulmanpuolittaja aikaiseksi?

Loppukeskustelu

Loppukeskustelussa opettaja pyytää kahta ryhmää näyttämään ratkaisunsa dokumenttikameralta ja selittämään sen muille. Näissä kahdessa ratkaisussa tuli esille kaksi yleisintä opiskelijoiden käyttämää menetelmää kulmanpuolittajan piirtämiseksi: yhtenevien kolmioiden muodostaminen ympyrän kaaria piirtämällä sekä piirtämällä sopivan janan keskinormaali, joka on samalla kulmanpuolittaja.

Toinen ryhmä kertoi heti aluksi käyttäneensä viivainta mittaamiseen. Opettaja sai kuitenkin kyselemällä selville, että he ymmärsivät, miten harppia voi käyttää mittaamiseen. Kyselemällä opettaja sai myös selville, että opiskelijat olivat piirtäneet janan *CD* jälkikäteen ja eivät siis ilmeisesti olleet alun perin ratkaisseet tehtävää keskinormaalien avulla. Kuitenkin opettaja sai tämän esillä olevan ratkaisun avulla esiteltyä joidenkin ryhmien käyttämän keskinormaalia hyödyntävän strategian.

	Puhuja	Keskustelu
1	Opiskelija	Eiks se ollu että sitä viivainta ei saanu käyttää mittaamiseen?
2	Opettaja	Juuri niin. Viivainta ei saa käyttää mittaamiseen.
3	Opiskelija	Me käytettiin sitä.
4	Opettaja	Missä kohalla te ootte nyt erehtyny sellasen tekemään?
5	Opiskelija	Me mitattiin tästä tonne ja tonne...
6	Opettaja	No mites te nyt oisitte sen sitte voinu muuten tehdä ku viivottimella mittaamalla? Te ootte vähän nyt rikkonu sääntöjä siinä.
7	Opiskelija	Piirtää tosta sellasen kaaren että se menee..
8	Opettaja	No juuri niin. Eikö sillä harpillahan sen sai sen yhtäpitkän matkan sieltä otettua. Okei. Mutta te ootte joka tapauksessa erottanu yhtäpitkät pätkät sieltä kyljiltä.
9	Opiskelija	Sitten me piirrettiin nuo kaaret tosta tuolta ja tuolta. Ja sitten mistä ne leikkaa ni piirrettiin tuo kulmanpuolittaja.
10	Opettaja	Teillä ei nyt näy tässä niitä kaaria. Ootteks te kuitenkin käyttäny niitä kaaria?
11	Opiskelija	[epäselvä vastaus]
12	Opettaja	Okei. Elikkä siis te piirsitte ne kaaret täältä näin. Kö?
13	Opiskelija	Joo
14	Opettaja	Joo. Mikäs tää jana minkä te ootte tähän piirtäny toi <i>CD</i> jana? Ootteks te piirtäny sen ensin vai jälkikäteen?
15	Opiskelija	Jälkikäteen, ku me kokeiltiin piirtää siihen tollaset kolmiot...

- 16 Opettaja Okei. Eli te ootte piirtäny sen ton jälkeen. Mitäs te huomaatte itse asiassa ku te ootte piirtäny ton janan CD ja sitten te ootte tohon merkinny ton suoran kulman. Osaatteks te siitä päätellä, paitsi että tää puolisuora on tässä kulman puolittajana ni mitäs muuta se on? Se on tän janan CD
- 17 Opiskelija Keskinormaali.
- 18 Opettaja Nii. Se on sen keskinormaali. Eiks vaa? Koska nyt sillä perusteella minkä te äsken sanoitte että.. ja sillä samalla perusteella mikä me tehtiin tossa äsken se yhteinen konstruktio.

Keskustelussa ei selvinnyt, miten opiskelijat perustelivat kyseessä olevan kulmanpuolittajan ja millä tasolla he hyödynsivät yhtenevyyttä. Kuitenkin opiskelijat ilmeisesti ainakin tunnistivat yhtenevät kolmiot, koska olivat merkinneet paperille kolmiot ABC ja ABD yhteneviksi.

