

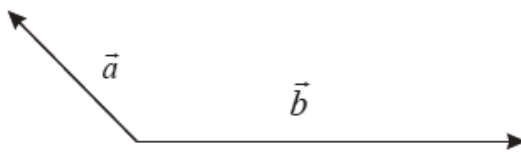
Eksempel forståelsesopgave:

Der er givet to vektorer

$$\vec{p} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad \vec{q} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix}.$$

- a) Bestem skalarproduktet mellem \vec{p} og \vec{q} , og forklar hvad denne værdi fortæller om vektorerne.

Nedenfor ses repræsentanter for to andre vektorer \vec{a} og \vec{b} .



Vektor \vec{b} 's projektion på vektor \vec{a} betegnes \vec{b}_a .

- b) Angiv fortegnet for skalarproduktet $\vec{a} \cdot \vec{b}$, og argumenter for retningen af projektionsvektoren \vec{b}_a .

Besvarelse:

a) $\vec{p} \cdot \vec{q} = p_1 \cdot q_1 + p_2 \cdot q_2 = 4 \cdot 3 + 2 \cdot (-6) = 12 + (-12) = 0$

når skalarproduktet er 0 er de to vektorer ortogonale

b) fortegnet for $\vec{a} \cdot \vec{b}$ = negativt da vinkelen mellem dem er $> 90^\circ$
 \vec{b}_a bliver drejete mod sin retter af \vec{a} pga \vec{b} 's retning og fordi vinkelen mellem dem er $> 90^\circ$

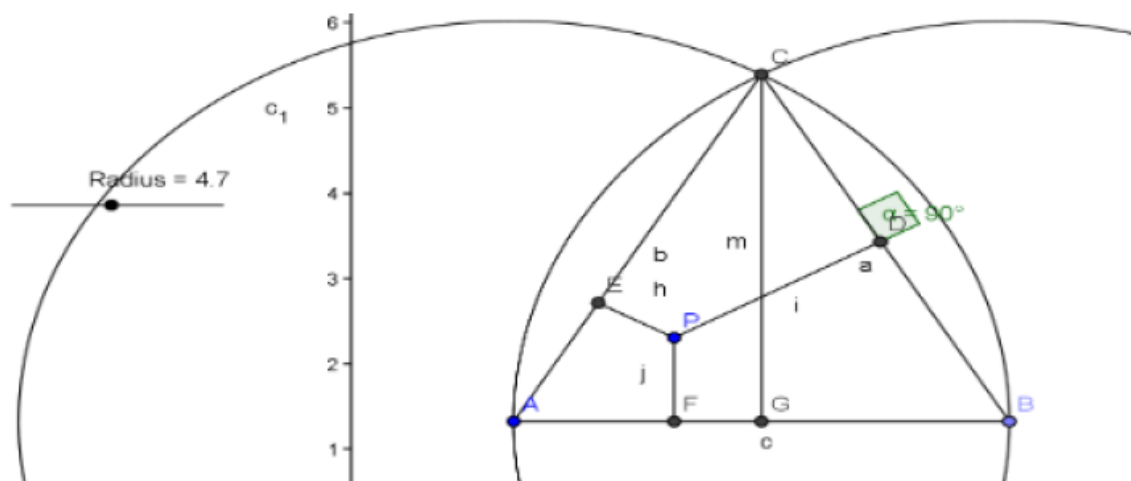
Eksempel dynamisk geometri 2d:

Den italienske matematiker Vincenzo Viviani (1622—1703) har fået følgende sætning opkaldt efter sig:

Et punkt P placeres i det indre af en vilkårlig ligesidet trekant ABC . Da er summen af afstandene fra P til hver af trekantens sider lig med højden i den ligesidede trekant.

- Tegn en figur og indfør passende sæt symboler på figuren.
Formuler Vivianis sætning ved brug af de anvendte symboler.
- Udtryk arealet af trekanten på to forskellige måder, og bevis herved Vivianis sætning.

Besvarelse:



Jeg varierer på sidelængden ved at ændre på parameteren Radius ved hjælp af en skyder. Punktet P kan flyttes frit inden i trekanten. Fra C afsættes en af de tre højder - som alle er lige lange. Summen $h + i + j$ er den samme som længden af højden m .

- Vivianis sætning bliver med disse størrelser $h + i + j = m$
- Følgende snapshot viser, at konstruktionsbeskrivelsen, hvor de summen og linjestykket sammenlignes

Konstruktionsbeskrivelse			
Fil Vis Hjælp			
Nr.	Navn	Definition	Algebra
1	Numerisk Rad...		Radius = 4.8
2	Punkt A		A = (1.54, 1.32)
3	Punkt B	Punkt på Cirkel[A, Radius]	B = (6.34, 1.32)
4	Linjestykke c	Afsnit[A, B]	c = 4.8
5	Cirkel c ₁	Cirkel med centrum A og	c ₁ : (x - 1.54) ² + (y - 1.32) ² =
6	Cirkel d	Cirkel med centrum B og	d: (x - 6.34) ² + (y - 1.32) ² = 2...
7	Punkt C ₁	skæringspunktet mellem d,	C ₁ = (3.94, -2.84)
7	Punkt C	skæringspunktet mellem d,	C = (3.94, 5.48)
8	Linjestykke b	Afsnit[A, C]	b = 4.8
9	Linjestykke a	Afsnit[B, C]	a = 4.8
10	Punkt P		P = (3.08, 2.44)
11	Linje e	Linje gennem P vinkelret på	e: 2.4x - 4.16y = -2.75
12	Linje f	Linje gennem P vinkelret på	f: -2.4x - 4.16y = -17.53
13	Linje g	Linje gennem P vinkelret på	g: x = 3.08
14	Punkt D	skæringspunktet mellem e,	D = (5.04, 3.57)
15	Punkt E	skæringspunktet mellem f, b	E = (2.41, 2.83)
16	Punkt F	skæringspunktet mellem g, c	F = (3.08, 1.32)
17	Linjestykke h	Afsnit[P, E]	h = 0.77
18	Linjestykke i	Afsnit[P, D]	i = 2.26
19	Linjestykke j	Afsnit[P, F]	j = 1.12
20	Numerisk k	j + i + h	k = 4.16
21	Linje l	Linje gennem C vinkelret på	l: x = 3.94
22	Punkt G	skæringspunktet mellem c, l	G = (3.94, 1.32)
23	Linjestykke m	Afsnit[C, G]	m = 4.16
24	Vinkel α	Vinkel mellem i, a	α = 90°

Eksempel dynamisk statistik

Ved folketingsvalget d. 13. november 2007 fik partiet SF 13,0 % af stemmerne.

Op til kommunalvalget i november 2009 vil et analyseinstitut undersøge om vælgertilslutningen til SF har ændret sig. Derfor spørges 1000 tilfældige vælgere, om de ville stemme på partiet SF, hvis der var valg i dag. 159 vælgere svarer, at de vil stemme på SF.

- a) Kan man på 5% signifikansniveau slutte, at vælgertilslutningen til SF har ændret sig?

Analyseinstituttet overvejede at bede teleselskabet TDC om at foretage undersøgelsen blandt deres mobilkunder, som skulle svare via sms, og de ville anvende de 1000 først indkomne sms-svar.

- b) Diskuter med henblik på systematiske fejl, om denne metode kunne påvirke undersøgelsens pålidelighed.

Besvarelse:

Jeg har brugt denne formel til simulering af mine data.

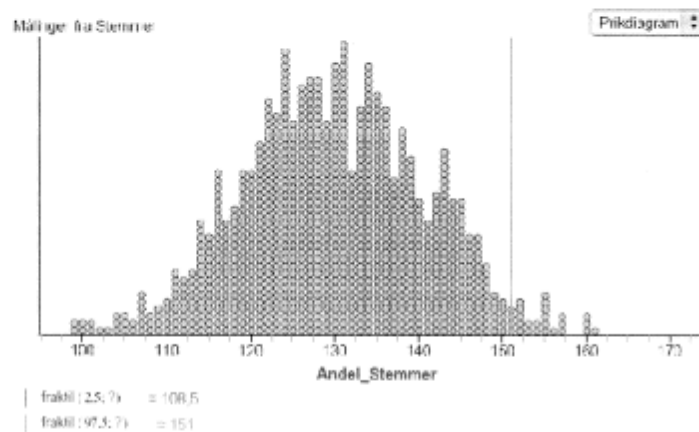
Hvis($\text{Tilfældig}() < 0.13$) t_0

Jeg beder altså computeren om at lade give et bud på hvor mange folk der ville stemme på SF hvis 13 procent af folk ville gøre det, jeg lader som om 1000 mennesker har stemt

Denne datamængde laver jeg 1000 målinger på og sætter resultatet fra de målinger ind i en graf, hvor jeg ud af x-aksen har hvor mange stemmer partiet fik og op af y har antallet af målinger der fik dette resultat

Jeg har så fundet ud af at der er data, fra en rundspørgning blandt 1000 mennesker der fortæller at 159 personer ville stemme på SF.

159 ligger i de yderste 5 procent, og det er derfor muligt med et signifikansniveau på 5% at slutte at vælgertilslutningen til SF, med stor sandsynlighed, har ændret sig til at være højere end 13%



Eksempel dynamisk geometri 3d:

En plan α har ligningen $x + y + z = 1$.

a) Bestem afstanden fra punktet $P(1, -1, 5)$ til planen α .

En anden plan β har ligningen $2x - 3y + 5z = 0$.

b) Bestem den spidse vinkel mellem α og β .

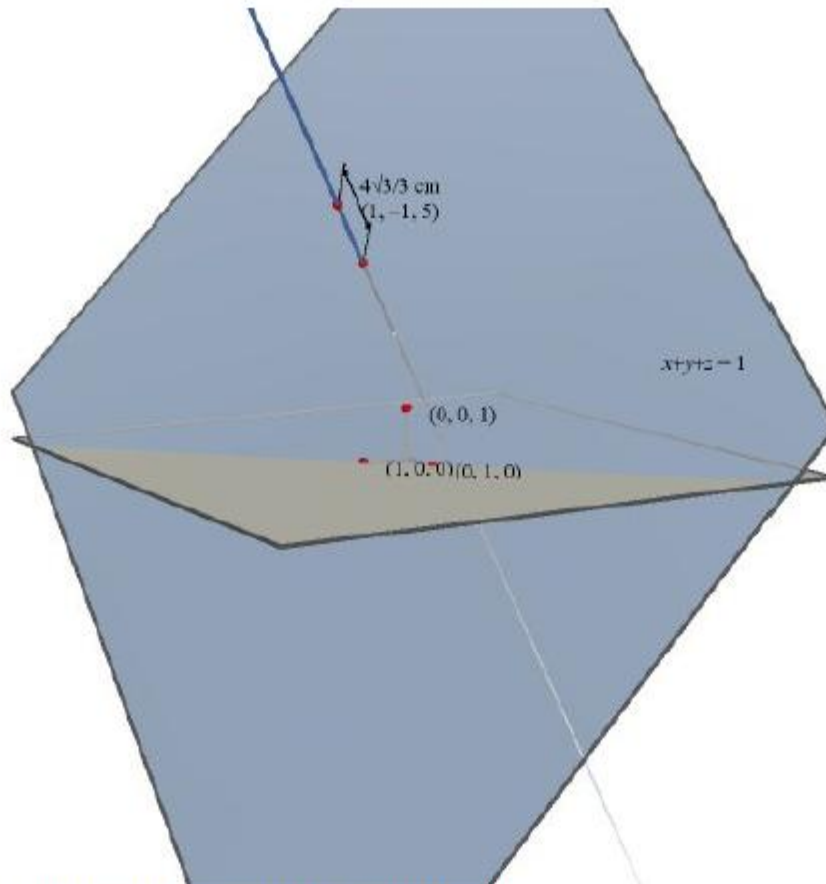
Besvarelse:

Opgave 13: Jeg har givet en plan $x + y + z = 1$ og et punkt $P(1, -1, 5)$

a) Jeg laver et plot i 3 dimensioner - dvs. jeg konstruerer planen ud fra punkterne $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ og $(0, 0, 1)$ - de tre punkter ligger i planen, da de gør planens ligning sand. Punktet P indsættes.

Vinkelret på planen og igennem P tegnes en linje. Skæringspunktet mellem linjen og planen definerer et punkt. Afstanden mellem dette punkt og P svarer til afstanden mellem punktet P og planen α .

Afstanden er bestemt til $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ at 5 digits $\rightarrow 2.3094$



b) Planen β konstruerer jeg på samme måde. Jeg bruger punkterne $(1, -1, -1)$,

$(0, 5, 3)$ og $(0,0,0)$. Jeg konstruerer skæringslinjen mellem de to planer. Her vælger et punkt på skæringslinjen. Udfra dette punkt og de planer konstruerer jeg en linje vinkelret på α og igennem punktet på skæringslinjen. På samme vis konstruerer jeg en linje vinkelret på β og igennem punktet på skæringslinjen. På hver af de to vinkelrette linjer vælger jeg et punkt. Udfra disse to punkter og punktet på skæringslinjen måler jeg vinklen, som svarer til den spidse vinkel mellem α og β . Jeg har fundet vinklen til 68°

