

# Workshop: Undersøgelsesbaseret matematik i flerfaglige sammenhænge

- EU projekterne PRIMAS og Fibonacci
  - Eksempel: Elevers undersøgelse af differentiallyigningsmodel for blodets indhold af kolesterol

Og eksempler fra 'Levende Matematik – i flerfaglige sammenhænge' fra NAVIMAT



# Hovedpunkter

- Hvad er baggrunden for at EU finansierer projekter indenfor uddannelse?
- Fælles træk ved de to EU projekter: PRIMAS og Fibonacci
- IBL i PRIMAS
- IBSME i Fibonacci
- Undersøgende og eksperimenterende undervisning i matematik
- Eksempel: Differentialligninger. Et undervisningsforløb med *Derive* og modelbygning. Fra Mat-nat Verdensklasse projektet 2000 - 2004

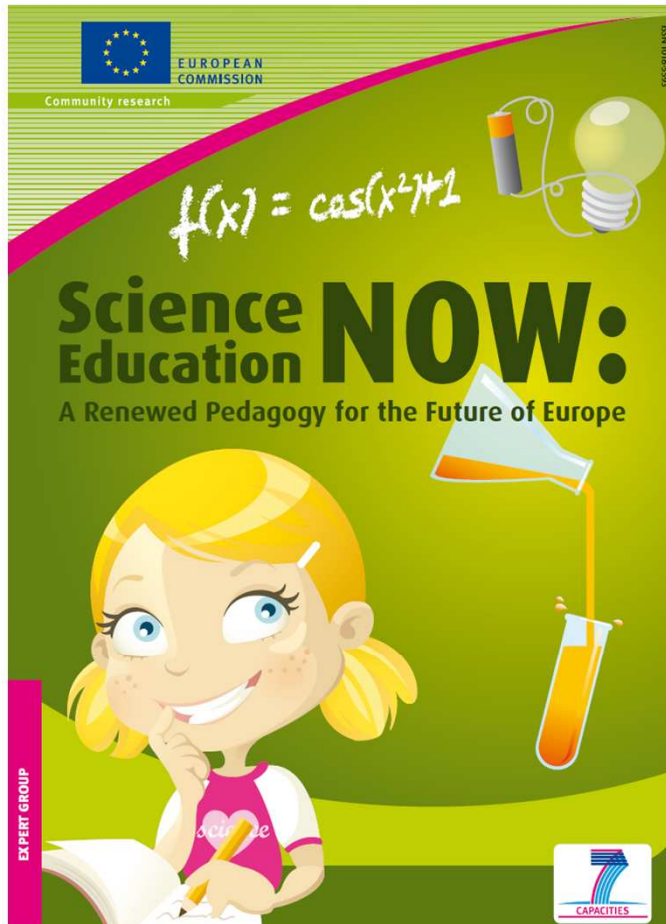


# EU baggrundsrapport:

- 2006: Ekspertgruppe under fhv. Franske premierminister Michel Rocard skal undersøge igangværende aktiviteter og ekstrahere know-how og god praksis med henblik på at styrke unge menneskers interesse for science, herunder matematik – og identificere de nødvendige betingelser herfor
- 2007 Rocard Rapporten "Science Education now: A Renewed Pedagogy for the Future of Europe" publiceres
- Rocard Rapporten konkluderer:: "The science education community mostly agrees that pedagogical practices based on inquiry-based methods are more effective, the reality of classroom practice is that in the majority of European countries, these methods are simply not being implemented."
- Videre fremhæves I rapporten specielt Pollen og SINUS-Transfer som initiativer der bør udbredes



## The Rochard Report (2007)



Since the origins of the declining interest among young people for science studies are found largely in the way science is taught in schools, this will be the main focus. In this context, whereas the science education community mostly agrees that pedagogical practices based on inquiry-based methods are more effective, the reality of classroom practice is that in the majority of European countries, these methods are simply not being implemented. The current initiatives in Europe actively pursuing the renewal of science education through "inquiry based" methods show great promise but are not of the scale to bring about substantial impact, and are not able to exploit fully the potential European level support for dissemination and integration.

### A reversal of school science-teaching pedagogy from mainly deductive to inquiry-based methods provides the means to increase interest in science.

Inquiry-based science education (IBSE) has proved its efficacy at both primary and secondary levels in increasing children's and students' interest and attainments levels while at the same time stimulating teacher motivation. IBSE is effective with all kinds of students from the weakest to the most able and is fully compatible with the ambition of excellence. Moreover IBSE is beneficial to promoting girls' interest and participation in science activities. Finally, IBSE and traditional deductive approaches are not mutually exclusive and they should be combined in any science classroom to accommodate different mindsets and age-group preferences.

#### **Recommendation 1:**

Because Europe's future is at stake decision-makers must demand action on improving science education from the bodies responsible for implementing change at local, regional, national and European Union level.

#### **Recommendation 2:**

Improvements in science education should be brought about through new forms of pedagogy: the introduction of inquiry-based approaches in schools, actions for teachers training to IBSE, and the development of teachers' networks should be actively promoted and supported.

#### **Recommendation 3:**

Specific attention should be given to raising the participation of girls in key school science subjects and to increasing their self-confidence in science.

#### **Recommendation 4:**

Measures should be introduced to promote the participation of cities and the local community in the renewal of science education in collaborative actions at the European level aimed at accelerating the pace of change through the sharing of know-how.

#### **Recommendation 5:**

The articulation between national activities and those funded at the European level must be improved and the opportunities for enhanced support through the instruments of the Framework Programme and the programmes in the area of education and culture to initiatives such as Pollen and Sinus-Transfer should be created. The necessary level of support offered under the Science in Society (SIS) part of the Seventh Framework Programme for Research and Technological Development is estimated to be around 60 million euros over the next 6 years.

#### **Recommendation 6:**

A European Science Education Advisory Board involving representatives of all stakeholders, should be established and supported by the European Commission within the Science in Society framework.

# Fælles træk ved de to EU projekter

**PRIMAS** er akronym for *Promoting inquiry-based learning (IBL) in mathematics and science education across Europe*

- Bygger videre på (blandt andet) Comenius projektet **LEMA** (Learning and Education in and through Modelling and Applications), hvor undervisere fra seks lande udarbejdede materiale som skulle understøtte læreres professionelle udvikling i retning af at inddrage matematisk modellering og anvendt matematik i undervisningen  
<http://www.lemma-project.org/web.lemaproject>

**Fibonacci** refererer til matematikeren, specielt udbredelse ved uendelige gentagelser (som logaritmisk spiral)

- Bygger på Pollen (IBSE) og SINUS-transfer (IBSME) projekterne, som sigtede mod at forbedre undervisningen i Europæiske lande ved at udbrede erfaringer og viden fra pilotprojekter i Tyskland. Forbedringen baseret på en række grundprincipper som er nedarvet til Fibonacci projektet



# IBL i EU- projektet PRIMAS

- IBL står for 'Inquiry Based Learning', dvs, undersøgende og eksperimenterende matematikundervisning.
- PRIMAS projektet tilbød ikke en teoretisk platform for IBL
- PRIMAS projektet tilbød heller ikke en klar definition af IBL
- I PRIMAS er deltagerne Januar 2011 nået frem til denne karakterisering:
- Hjemmeside: <http://www.primas-project.eu/en/index.do>

## IBL is an essential ingredient of a good education

### Valued outcomes

- Inquiring minds
- Prepared for uncertain future and life long learning
- Understanding of nature of Science&Math

### Teacher guidance

- Values and builds upon students' reasoning/scaffolding
- Connects to students' experience

### Classroom culture

- Shared sense of purpose / justification
- Value mistakes, contributions (Open-minded)
- Dialogic
- Shared ownership

### Type of questions

- Open, multiple solution strategies
- Experienced as real and/or scientifically relevant

### What students do

- Pose questions
- Inquire / 5 E's Engage, Explore,
- Explain, Extend, Evaluate
- Collaborate



# Hvad er IBL IKKE?

- Fra PRIMAS projektbeskrivelse (min oversættelse):
- *Rochard rapporten fra 2007 trækker en skillelinje mellem to tilgange til undervisning:*
  - *en deduktiv, lærercentreret transmitterende undervisningsform hvor eleverne er passive modtagere af information og*
  - *en induktiv, elevcentreret vekselvirkende undervisningsform som vi benævner 'inquiry based education'. Den fremherskende mangel på entusiasme omkring matematik og science i skolen skyldes ifølge rapporten hovedsageligt at den transmitterende form er dominerende.*

*Vores model for 'inquiry based learning' er ikke at forveksle med 'discovery learning'- undervisning, hvor læreren udelukkende præsenterer opgaver og så forventer at eleverne skal udforske og opdage ideer på egen hånd. Selvom 'discovery' undervisning nok er inquiry - based, fremstår den mindre effektiv end den udfordrende og vekselvirkende undervisning vi er fortalere for.*



# Tre karakteristiske træk ved IBSME

Klip fra hjemmesiden: Three key distinguishing characteristics of IBSME must be emphasized:

1. Through IBSME, students are developing concepts that enable them to understand the scientific aspects of the world around them through their own thinking, using critical and logical reasoning about evidence that they have gathered.

2. Through IBSME, teachers lead students to develop the skills necessary for inquiry and the understanding of science concepts through their own activity and reasoning. This involves exploration and hands on experiments.





## ... og det tredje træk:

3. While doing science, the teacher focuses on the intentional process of
  - diagnosing problems,
  - criticizing experiments,
  - distinguishing alternatives,
  - planning investigations,
  - researching conjectures,
  - searching for information,
  - constructing models,
  - debating with peers,
  - forming coherent arguments.



# IBSME i Fibonacci

I Fibonacci projektet defineres ni karakteristiske træk ved IBSME, kaldet BPF (Basic Patterns of Fibonacci), arvet fra SINUS.

De ni er (min oversættelse):

- Udvikling af en problembaseret kultur
- Arbejde på en videnskabelig måde
- Lære af (egne og andres) fejl
- Befæste basal viden
- Kumulativ læring
- Kende og opleve faggrænser såvel som flerfaglige tilgange
- Fremme pigers og drenges deltagelse
- Fremme samarbejde mellem eleverne
- Selvstændig læring



# Om undersøgende og eksperimenterende undervisning i matematik

- Ikke det samme som 'Eksperimentel matematik'
- Ikke det samme som 'Discovery Learning'
- Ikke det samme som induktiv metode
- Forudsætter ikke at matematik er en empirisk videnskab
- Følger ikke med et konstruktivistisk læringssyn
- Har gode vilkår i flerfaglige sammenhænge
- Har gode vilkår når klasseundervisning veksler med gruppearbejde
- Kan omfatte Problembaseret undervisning (PBL)
- Kan omfatte Projektorienteret Undervisning
- Harmonerer med modellering



## Program:

Kort oplæg:

Hvorfor skal eleverne arbejde eksperimenterende og undersøgende?

- Læringsperspektiv
- Undervisningsperspektiv
- Uddannelsesperspektiv

Matematik i flerfaglige sammenhænge

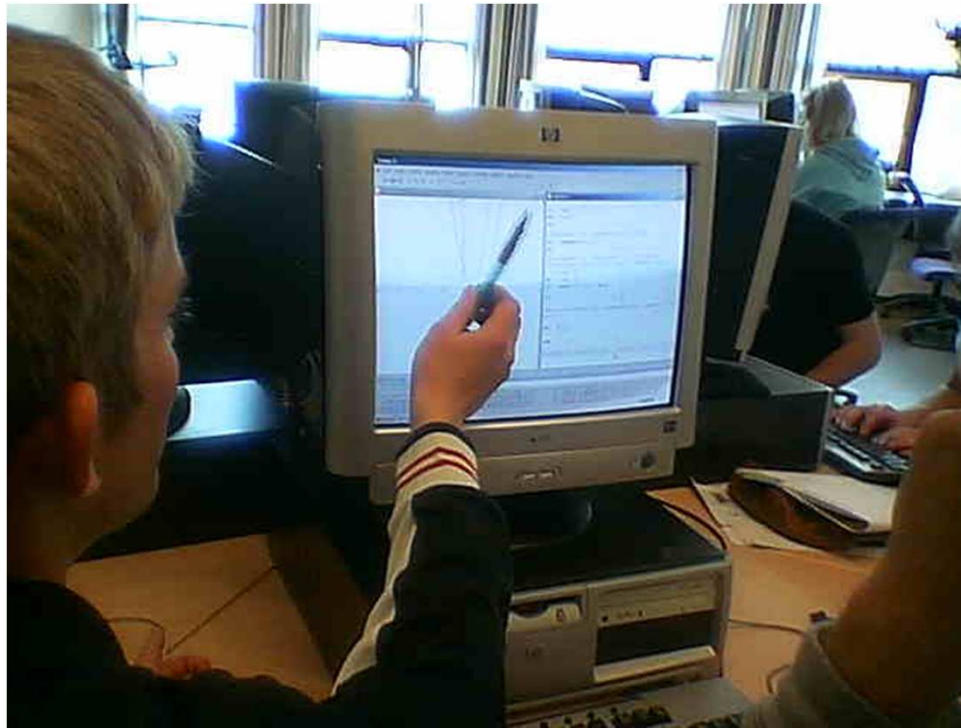
- Som mål
- Som middel

Bogen Levende Matematik

Pararbejde med udvalgt emne fra bogen eller andet

Opsamling og konklusion





## Hvad skal eleverne med undersøgelser og eksperimenter?

Didaktiske potentialer i undersøgende og eksperimenterende matematik

Førsteamanuensis Mette Andresen,  
Matematisk Institut

[www.uib.no](http://www.uib.no)

13



# Hvad får eleven ud af at være aktiv med undersøgelser og eksperimenter?

## Læringsperspektiv

- Kognitive krav (også) på højt niveau:
  - Eleven skaber selv nye forbindelser til kendte begreber, sammenhænge og viden
  - Formulering af spørgsmål fremmer indsigt, kommunikation og læring
- Motivation og interesse
  - Eleverne tager lettere ejerskab til opgaver de selv er med til at formulere
  - Eleverne kan inddrage egne interesseområder
  - Eleven kan 'få en ny chance' i stedet for at være sat i bås



# Bliver eleverne automatisk mere aktive når de for eksempel får stillet åbne opgaver?

## Undervisningsperspektiv

- Lærers fagsyn udfordres, og dermed også:
  - Elevernes fagopfattelse
  - Kollegernes fagopfattelse
  - Forældrenes fagopfattelse
- Tre aspekter af god undervisning:
  - Læreren tydelig arbejdsleder, eleven den aktive. Varierede arbejdsformer der udfordrer eleverne på forskellige niveauer
  - Læreren interesseret i eleverne som hele mennesker
  - Læreren har god faglig oversigt og kan lede læringsarbejdet med faglig tryghed og autoritet



# Eksperimenterende undervisning – hvilke hurdler er der?

- Det er umiddelbart klart at en eksperimenterende arbejdsform lægger beslag på mere undervisningstid end mere lukkede arbejdsformer.
- Det stiller store krav til lærerens overblik og nærvær at være 'fødselshjælper' med det gode spørgsmål på rette tid og sted
- Åbne opgaver og projekter som helt eller delvist formuleres af eleverne stiller faglige krav til læreren, der skal kunne stå inde for indhold og relevans
- Selve det at guide eleverne (være tilbageholdende med at formidle sin egen viden til eleverne, opmuntre udviklingen af deres egne idéer og metode) kræver en didaktisk modenhed af læreren
- Lærerens rolle som faglig ekspert med 'de rigtige svar' på rede hånd må revideres hvis eksperimenterende undervisning skal lykkes
- Det kan være svært at få adgang til velegnet undervisningsmateriale og gode erfaringer fra kolleger





# Hvilke kompetencer udvikler eleverne når de arbejder undersøgende og eksperimenterende

## Uddannelsesperspektiv

- Matematiske kompetencer der vedrører problemformulering, argumentation, inddragelse af hjælpemidler, kommunikation (o.a.?)
- Evner til og øvelse i at samarbejde på præmisser der ikke er så snævert definerede, i kraft af den ny didaktiske kontrakt og de adidaktiske situationer
- En bredere opfattelse af hvad matematik er og omfatter
- En kritisk holdning til hvad matematik er og kan bruges til



# Konklusion og perspektivering

- En eksperimenterende og undersøgende arbejdsmåde kan ikke 'påklister' undervisningen, men kræver en overensstemmelse med
  - Lærerens fagsyn og faglige ballast
  - Elevernes forventninger og baggrund
  - Undervisningsmaterialet
  - De fysiske rammer og formelle krav
- Der ligger et stort og relevant læringspotentiale for eleverne i at arbejde på denne måde, blandt andet i kraft af:
  - Der kan skabes forbindelser mellem fagene
  - Elevernes mulighed for at være aktive



# Matematik i flerfaglighed

Tværfaglighed, CAS, den nye skriftlighed, modellering og anvendelser truer med at flytte fokus i matematikundervisningen

- Hen imod tekniske spørgsmål og problemløsning
- Bort fra beviser og andet arbejde med teori
- Bort fra videnskabsteoretiske overvejelser over hvad matematik er

Den didaktiske udfordring i matematik i flerfaglige sammenhænge er at *sammenflette*

- Det matematiske indhold
- Matematikkens funktion i emnet
- Det andet fags / de andre fags indhold

Målet er at matematikken skal være synlig og udvikles for eleverne



Eksempel fra

# Curriculum forskning

## Hvad skal man lære, hvordan og hvorfor

Materialsamlingen Levende Matematik - I flerfaglige sammenhænge

- Flerfaglighed som mål for undervisningen:
  - Tjener til at opfylde formelle krav i DK
- Flerfaglighed som middel til at lære matematik :
  - Elevernes interesse og engagement i matematik stimuleres via anvendelighed og relevans for dagliglivet
  - Elevernes kapacitet til at overføre viden fra et område til et andet forbedres
  - Der skabes fælles fornyelse for lærerne
  - Velegnet til undersøgende og eksperimenterende matematikundervisning



# Levende matematik – i flerfaglige sammenhænge

## INDHOLD

<b>KAPITEL 1</b>	<b>ARGUMENTATION OG LOGIK</b> <i>(matematik og dansk)</i> af Brian Olesen, Bjørn Felsager, Dorthe Kvetny og Katja Wagner	015	<b>KAPITEL 6</b>	<b>KAOTISKE REAKTIONER</b> <i>(matematik og kemi)</i> af Asbjørn Petersen og Gert Kreinøe	323
<b>KAPITEL 2</b>	<b>ENIGMA</b> <i>(matematik, dansk, engelsk, historie)</i> af Pia Møller Jensen	135	<b>KAPITEL 7</b>	<b>KOGNITION OG UENDELIGHED</b> <i>(matematik, dansk og religion)</i> af Brian Olesen, Bjørn Felsager, Mona Heide Petersen, Peter Kaspersen og Anne-Mette Petersen	367
<b>KAPITEL 3</b>	<b>FORSØG MED RAKETTER</b> <i>(matematik, fysik og kemi)</i> af Uffe Andersen og Asbjørn Petersen	165	<b>KAPITEL 8</b>	<b>MODELLERING AF KEMISK LIGEVÆGT</b> <i>(matematik og kemi)</i> af Asbjørn Petersen	407
<b>KAPITEL 4</b>	<b>GENI – PÅ FILM ELLER I VIRKELIGHEDEN?</b> <i>(matematik, dansk, engelsk)</i> af Anne Bonde Olesen, Anne Marie Schlichtkrull og Lars Bo Kristensen	229	<b>KAPITEL 9</b>	<b>SMÅ SANDSYNLIGHEDER</b> <i>(matematik og samfundsfag)</i> af Jørgen Dejgaard, Rasmus Knokgård Christensen, Marc Andersen og Mette Andresen	437
<b>KAPITEL 5</b>	<b>GRØNNE AFGIFTER</b> <i>(matematik og økonomi)</i> af Katja Kofod Svan og Anders Remmer	281		<b>EFTERSKRIFT</b>	521



# Diskussionsspørgsmål:

- Hvilke potentialer rummer forløbet for at eleverne kan engageres undersøgelse og udforskning?
- Hvordan kan forløbet udbygges eller ændres med henblik på at lægge mere op til undersøgelse og eksperimentering?
- Hvilke begrænsninger og vanskeligheder kan man forudse eller forestille sig, at der vil være i forbindelse med gennemførelse af forløbet?
- Hvilke forudsætninger for en vellykket gennemførelse af forløbet kan man pege på?
- Hvad er den største svaghed ved forløbet og hvordan kan den rettes op?
- Hvad er den største styrke ved forløbet, og hvordan kan den udnyttes fuldt ud?



# Konklusion:

